Jacques MARTINET
Édition du 25 novembre 2003
Il n'y aura plus de mise à jour après le 05/06/2015
Dernière mise à jour : 5 juin 2015

Erratum au livre *Les réseaux parfaits des espaces euclidiens*

Note. The english updated edition of the book (*Perfect Lattices in Euclidean Spaces*) appeared in January, 2003, as the Springer Grundlehren **327**.

Introduction.

p. 8, l. -9 : celles AU LIEU DE celle

p. 9, l. -12 : plus généralement des orbites AU LIEU DE plus généralement des orbies
l. -11 : base AU LIEU DE bases
l. -6 : parenthèse à remonter d'une ligne

p. 10, l. -19 : algébrique AU LIEU DE algébriques

p. 11, l. -16 : présente AU LIEU DE prsénte

Chapitre I.

p. 14, l. 8 : $r = \dim F'$ AU LIEU DE r

p. 16, l. 7 : x'_j AU LIEU DE x'_i

p. 18, l. 6 : $N(p(\Lambda)) = N(p(x))$ AU LIEU DE $N(\Lambda) = N(p(x))$

p. 20, l.1 : $e_i.e_j = a_{i,j}$ AU LIEU DE $e_i.e_j = a_{k,j}$
l. 1 de la prop. 3.8 : supprimer “entier”
l. -5 : $p\Lambda^*$ AU LIEU DE $p\Lambda$

p. 22, l. 5 : $\mathcal{F}_0$ AU LIEU DE $\mathcal{F}$
l. 7 : $\mathcal{F}_0$ AU LIEU DE $\mathcal{F}$, puis Λ AU LIEU DE $\mathcal{F}$.
l. 8 : APRÈS M_i, AJOUTER , et soit $\mathcal{F} = \cup\mathcal{F}_i$.
l. 13 : $1 \le j \le c_i$ AU LIEU DE $1 \le i \le c_i$; $\mathcal{F}'_i$ AU LIEU DE $\mathcal{F}_i$
l. -18 : $N(x)$ AU LIEU DE $N(x)^2$
l. -17 : théorème 4.2 AU LIEU DE théorème 2

p. 24, l. -3 : $\|x_{i+1}\| \le \frac{2}{m}\|x_i\|$ AU LIEU DE $N(x_{i+1}) \le \frac{2}{m}N(x_i)$

p. 26, l. 23 : $\mathrm{Arf}_Q = \sum_i a_ib_i \ldots$ AU LIEU DE $\mathrm{Arf}_Q \sum_i a_ib_i \ldots$, ET “)” À FERMER

p. 27, l. 2 : l'ordre N de $\mathrm{SO}(Q)$ AU LIEU DE l'ordre de N de $\mathrm{SO}(Q)$
l. 5 : $N^\circ = q^{m^2}(q^{2m}-1)(q^{2m-2}-1)\cdots(q^2-1)$ AU LIEU DE $N^\circ = q^{m^2}(q^{2m-1})(q^{2m-2})\cdots(q^2-1)$
l. -7 : Pour n impair, comme $\mathrm{GL}(E)$ ... AU LIEU DE Comme $\mathrm{GL}(E)$ ...

p. 28, l. 1 : APRÈS ou, AJOUTER pour n impair
l. 10 : bilinéaire AU LIEU DE bilibéaire
l. -12 : ENTRE ou encore ET avec, AJOUTER , pour n impair,
l. -7 : ENTRE ou encore ET par, AJOUTER , pour n impair,

p. 32, l. 15, 16 : base de Λ'. AU LIEU DE base de E, et donc ... de Λ'.
l. -17 : $n-3$ AU LIEU DE $n-r+3$.

p. 33, l. 8: $\dim_{A/\mathfrak{p}} \mathfrak{p}^{r-1}\overline{M}/\mathfrak{p}^r\overline{M} \geq m$. AU LIEU DE $\dim_{A/\mathfrak{p}} \overline{M}^r/\overline{M}^{r+1} \geq m$.

p. 34, l. 20 : $r = \dim F$ AU LIEU DE $r = \dim M$
prop. 9.6 : $\Lambda \cap F^\perp$ AU LIEU DE $M \cap F^\perp$

p. 35, l. 9 : résulte AU LIEU DE réseulte

p. 36, l. Λ par $\sqrt{p}\,(\frac{1}{\sqrt{p}}\Lambda \cap \Lambda^*)$ AU LIEU DE Λ par $\Lambda \cap \Lambda^*$
l. -11 : et AU LIEU DE et et

p. 37, l. 3 : un réseau de E AU LIEU DE un réseau de $\mathbb{E}$
l. 10 : $y.x_i \in \mathbb{Z}$ AU LIEU DE $x.x_i \in \mathbb{Z}$ ET x_j est dans Λ_1^* pour tout j.
AU LIEU DE x est dans Λ_1^*.

p. 38, l. 10 : 10.4 AU LIEU DE 10.3, ET 10.4↦10.5, 10.5↦10.6,
l. 11 : $(\bigwedge^r M)^* \hookrightarrow \bigwedge^r M^*$ AU LIEU DE $\bigwedge^r M \hookrightarrow \bigwedge^r M^*$

Chapitre II.

p. 43 (Voir le futur erratum à l'édition anglaise.) Dans une lettre électronique du 25 novembre 2003, Gabriele Nebe me signale l'erreur de la page 43, l. 9 ci-dessous.

p. 41, l. 1 : Si $p = p_F$ AU LIEU DE Si p_F
l. 2 : $\det(p_F(\Lambda)) = 0$ AU LIEU DE $\det(p_F(\Lambda) = 0$
l. 6 : $\Delta(\Lambda)$ AU LIEU DE $\det(\Lambda)$
l. 10 : i AU LIEU DE i
l. -16 : $N(\Lambda)$ AU LIEU DE $N(L)$
l. -11 : SUPPRIMER non nul
l. -9 : $N(\Lambda')$ AU LIEU DE $N(L')$

p. 42, l. 17 : $\leq \frac{1}{2}\|e_1\|$ AU LIEU DE $\leq \frac{1}{2}N(e_1)$

p. 43, l.1, 2 : On peut supprimer "possédant n vecteurs minimaux indépendants" (utiliser un argument de déformation comme dans la démonstration du théorème 6.8)
l. 9 : ... $\left(\frac{4}{3}\right)^{n(n-1)/2}$ ... AU LIEU DE ... $\left(\frac{4}{3}\right)^{(n-1)/2}$ ...

p. 45, l. 5 : famille AU LIEU DE familllle
dém. de 4.2 : on a directement $N(e_i) \leq (\frac{4}{3})^{n(n-1)/2} m^{-(n-1)}$ (Collectif de Lausanne)
l. -3 : $[\Lambda : \Lambda']^2$ AU LIEU DE $[L : L']^2$

p. 46, l. -19 : $\Delta(\Lambda) \geq \gamma_n^{-n/2} m^{n/2}$ AU LIEU DE $\Delta(\Lambda) \geq \gamma_n^{n/2} m^{n/2}$
l. -13 : discriminant AU LIEU DE déterminant

p. 47, l. 8 : $a^{1/d}$ AU LIEU DE a^{-1}
l. 14 : $\gamma_{n,f} = \sup_\Lambda \gamma_{n,f}(\Lambda)$ AU LIEU DE $\gamma_{n,f} = \sup_\Lambda f(\Lambda)$
l. -10 : $\gamma_{n,f_u} = \gamma_{n,f}/|\det(u)|^{d/n}$ AU LIEU DE $\gamma_{n,f_u} = \gamma_{n,f}/\det(u)^{d/n}$.

p. 48, l. -3 : $|\det(u)|^p = \Delta(u^p(\Lambda))/\Delta(\Lambda) \geq \kappa(A)/\Delta(\Lambda)$ AU LIEU DE
$\det(u)^p = \Delta(u^p(\Lambda)/\Delta(\Lambda) \geq \kappa(A)/\Delta(\Lambda)$

p. 49, l. -13 : indépendants x tels que $f(x) \leq \lambda$ AU LIEU DE indépendants de norme $\leq \lambda$

p. 54, l. -13 : est de norme AU LIEU DE et de norme
l. -10, -9 : SUPPRIMER LA PHRASE "Comme ... minorées."

p. 57, l. 2 : $d_h(\Lambda) \leq$ AU LIEU DE $d_k(\Lambda) \leq$
l -5 à -3 : Marc GINDRAUX m'a signalé que l'inégalité centrée est FAUSSE
(c'est la réduction de Minkowski qui fournit une telle inégalité).
Ici, on doit SE CONTENTER DE $e_1.e_j \leq \frac{1}{2}\,N(e)$ pour $2 \leq j \leq n$.
Donc, SUPPRIMER les lignes -5 à -3 À PARTIR DE "vérifiant ..."

p. 58, l. 1 : $|e_1.e_j|$ AU LIEU DE $|e_i.e_j|$
l. 3 : $e_1.e_j \geq 0$ AU LIEU DE $e_{i-1}.e_i \geq 0$, ET SUPPRIMER la parenthèse
l. -9 : $\frac{A_i}{A_{m+i-1}}$ AU LIEU DE $\frac{A_i}{A_{m+i}}$, $i \leq n-m+1$ AU LIEU DE $i \leq n-m$,
ET l'inégalité AU LIEU DE l'égalité

p. 59, l. 9 : après 7.8 AU LIEU DE après 7.7
l. -7 : l'énoncé du th. 4.1 AU LIEU DE l'énoncé de 3.1

p. 60, l. 13 : $\mathrm{Aut}(A_{r_1,r_2})$ AU LIEU DE $\mathrm{Aut}(\Lambda)$
l. -3 : ÉCHANGER [K-Z1] ET [K-Z3] Chapitre III.

p. 64, l. -4 : et l'on a AU LIEU DE et l'on

p. 66, l. -2 : $\begin{pmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & \dots & x_1x_n \\ x_2x_1 & x_2^2 & \dots & x_2x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_nx_1 & x_nx_2 & \dots & x_n^2 \end{pmatrix}$ AU LIEU DE $\begin{pmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & \dots & x_n \\ x_2x_1 & x_2^2 & \dots & x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_nx_1 & x_nx_2 & \dots & x_n^2 \end{pmatrix}$

p. 69, l. 7 : on a AU LIEU DE on
l. -10 : $y = \sum \rho_x\, N(x)\,(x \cdot y) = 0$ AU LIEU DE $y = \sum \rho_x(x \cdot y)\, y = 0$

p. 70, l. 21 : (Korkine et Zolotareff) AU LIEU DE Korkine et Zolotareff)

p. 76, l. -18 : norme de $u_\lambda(\Lambda)$ AU LIEU DE norme de Λ

p. 78, l. 3 : groupe AU LIEU DE goupe
l. -10 : $\mathrm{Tr}(s^{-1} \circ u \circ s)$ AU LIEU DE $\mathrm{Tr}(s \circ u \circ s^{-1})$

p. 79, l. 23 : $|G| = \lambda n$, d'où $\lambda = \frac{|G|}{n}$ AU LIEU DE $s = \lambda n$, d'où $\lambda = \frac{s}{n}$

p. 82, l. -16 : ch. VIII AU LIEU DE ch. 8
l. -13 : $L_{n-n_0} = \Lambda$ AU LIEU DE L_{n-n_0}

p. 84, l. -17 : ${}^t u^{-1}(\Lambda^*)$ AU LIEU DE ${}^t u^{-1}(\Lambda*)$
l. -16: Λ^* AU LIEU DE Λ'^*
l. -2, fin de ligne : Λ^* AU LIEU DE Λ

p. 85, l. -12 : $u(\Lambda)^* = {}^t u^{-1}(\Lambda^*)$ AU LIEU DE $u(\Lambda)^* = u^{-1}(\Lambda^*)$
de $S(\Lambda)$ AU LIEU DE de ceux de Λ
l. -13 : (resp. de $S(\Lambda^*)$, cf. lemme 4.2) AU LIEU DE (lemme 4.2)

p. 86, l. 18 : dual-eutactique AU LIEU DE eutactique

p. 89, l. -5 : AJOUTER   et $|S'| \geq 4$
p. 91, l. 21 : ${\gamma'_2}^2 = \frac{4}{3}$.   AU LIEU DE $\gamma'_2 = \frac{4}{3}$.
p. 92, l. -1 : erronée   AU LIEU DE   erronnée
p. 93, l. -6 : résultat   AU LIEU DE   résulatat

Chapitre IV.

p. 95, l. -5 : sur $\{\pm 1\}^n$ AU LIEU DE   sur $\{\pm 1\}$
p. 99, l. 2 : $\omega = \frac{-1+i+j+k}{2}$ AU LIEU DE $\omega = \frac{1+i+j+k}{2}$
l. 5 : $\mathfrak{a} = \mathfrak{M}(1+i) = (1+i)\mathfrak{M}$ AU LIEU DE $\mathfrak{a} = A(1+i) = (1+i)A$
l. -17 : modulo 8   AU LIEU DE   modulo [4 8.
l. -8 : $\mathrm{Aut}(\mathbb{D}_8^+)$ AU LIEU DE $\mathrm{Aut}(\mathbb{D}_{[}4\ 8^+)$.
p. 100, l. -10 : $i, j \leq 6$ AU LIEU DE $i, j < 6$
p. 106, l. -11 : AJOUTER $\mathbb{E}_8, \mathbb{D}_4 \perp \mathbb{D}_4$;
p. 109. l. 12 : semblable   AU LIEU DE   isométrique
p. 111, l. -15 : $\overline{Q}'_2$ AU LIEU DE $\overline{Q}_2$
p. 112, l. 2 : quatre ou deux fois   AU LIEU DE   la moitié de
p. 113, l. 5 : indivisible   AU LIEU DE   non nul
p. 116, l. -2, -1; p. 117, l. 1, 2 : les applications $x \mapsto hxk$ constituent un sous-groupe d'indice 2 du groupe cherché, que l'on obtient par adjonction de la conjugaison complexe.
p. 117, prop. 10.12 : $(y.y)$ AU LIEU DE $(y.y)^2$ au dénominateur de la formule.
p. 118, l -7 : l'action de $\mathrm{Aut}(\mathbb{D}_n)$ AU LIEU DE   l'action de, $\mathrm{Aut}(\mathbb{D}_n)$
l. -4 : pour $n = 3, 4, 5$ et deux orbites pour $n \geq 6$.   AU LIEU DE
pour $n = 3$ et $n = 4$ et deux orbites pour $n \geq 5$
p. 119, l. 1 : Montrer   AU LIEU DE   Monter
l. -13 : à $\sqrt{2}\mathbb{E}_7$ AU LIEU DE   à $\mathbb{E}_7$
l. -3 : précisément   AU LIEU DE   présisément
p. 120, l. 9 : $\langle e'_n, e'_{n-1}, \ldots$ AU LIEU DE $\langle'_n, e'_{n-1}, \ldots$
p. 121, l. 1 - 3 : SUPPRIMER mais ... QUI EST FAUX; REMPLACER PAR : montrer que les deux orbites de $\mathbb{A}_3$ dans $\mathbb{D}_8$ se regroupent en une seule orbite dans $\mathbb{E}_8$.
l. 8 : distincts   AU LIEU DE   diistincts
p. 122, l. 5 : $\frac{1}{4}\ \mathrm{Trd}_{H/\mathbb{Q}}$ AU LIEU DE $\frac{1}{2}\ \mathrm{Trd}_{H/\mathbb{Q}}$
l. 7 : centre $\mathbb{Z}[\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$ AU LIEU DE   centre $\mathbb{Q}[\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$

Chapitre V.

p. 123, l. -13 : $\frac{1}{r}e.e_i =, \frac{1}{r}e.\frac{1}{r}e =$ AU LIEU DE $e.e_i =, e.e =$
l. -10 : $\frac{1}{r}(n\varepsilon_0 - \varepsilon_1 - \cdots - \varepsilon_n)$ AU LIEU DE $\frac{1}{r}(n\varepsilon_0 - \varepsilon_1 - \ldots \varepsilon_n)$
l. -9 : $-r(e_n - \frac{1}{n+1}e)$ AU LIEU DE $-(e_n - \frac{1}{n+1}e)$

p. 124, l. -17 : A_n^*/A_n AU LIEU DE A_n^r/A_n
l. -9 : $\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_n$ (ou $e_1,\ldots,e_n$) AU LIEU DE $\varepsilon_0,\ldots,\varepsilon_{n-1}$
p. 125, l. 16 : $...+y\frac{1}{r}e$ AU LIEU DE $...+ye$
p. 126, l. 8 centrée, à la fin : $-raq^2$ AU LIEU DE raq^2
l. -15 : ... $(2r-1)+(r-1)^2$ ... AU LIEU DE ... $(2r-1)++(r-1)^2$ ...
p. 127, l. 19 : $(r\sqrt{3r})$ AU LIEU DE $(r\sqrt{3r}$
p. 130, l. 4 : $|j-i|=1$ AU LIEU DE $j-i=1$
l. 14 : $\mathbb{A}_n^{(n+1)/2}$ AU LIEU DE $\mathrm{Aut}(\mathbb{A}_n^{(n+1)/2})$
p. 131, l. 23 : $\mathbb{A}_7^4 \sim \mathbb{E}_6^*$ AU LIEU DE $\mathbb{A}_7^4 \simeq \mathbb{E}_6^*$
p. 132, l. 4 : $P_1 \simeq 2\mathbb{A}_1 \simeq 2\sqrt{2}\mathbb{Z}$ AU LIEU DE $P_1 \simeq 2\mathbb{A}_1 \simeq \sqrt{2}\mathbb{Z}$
l. -12 : $\mathbb{D}_n$ AU LIEU DE D_n
p. 133, l. -15 : $\mathrm{Aut}(\mathbb{A}_n)$ opère AU LIEU DE $\mathrm{Aut}(\mathbb{A}_n)$, opère
l. -11 : Soit a tel que $\varepsilon_a = s'(\varepsilon_1)$. AU LIEU DE Soit $a = s'(\varepsilon_1)$.
p. 134, l. 17 : $\frac{e}{n+1}$ AU LIEU DE $\frac{e}{n}$
l. 22 : $e=v$ AU LIEU DE $e=\frac{v}{n+1}$
l. -1 : $\frac{e}{n+1}$ ... $\mathbb{A}_n^*$ AU LIEU DE e ... $\mathbb{A}_n$
p. 137, l. 2 : $\sum_{i=0}^n (y_i-x_i)e_i = 0$ AU LIEU DE $\sum_{i=0}^n (y_i-x_i) = 0$
l. 11 : $\pm(n+1)$ AU LIEU DE $(n+1)$
l. 15 : $\det(\Lambda^{(r)}) = (n+1)^{2r-2}\det(\Lambda)$ AU LIEU DE $\det(\Lambda^{(r)} = (n+1)^{2r}\det(\Lambda)$
p. 138, l. 12 : une injection AU LIEU DE un isomorphisme
l. -13 : $\sum_{j=0}^{j=r}(-1)^j\binom{r}{j}\sigma^{i+j} = \sigma^i(1-\sigma)^r$ AU LIEU DE $\sum_{j=0}^{j=r}\binom{r}{j}\sigma^{i+j} = \sigma^i(1-\sigma)^r$
p. 139, l. 2 : σ^i AU LIEU DE σ_i
l. 3 : nombre AU LIEU DE nonbre
l. 5 : $\sum_s \chi(s)\bar{\chi}(s)$ AU LIEU DE $\sum_s \chi(s)$
l. 9 : à l'idéal premier au-dessus de p de l'anneau AU LIEU DE à l'anneau
l. 10 : d'ordre p, via $\pi : I_G \hookrightarrow A[G]/AT \simeq \mathbb{Z}[\zeta]$ AU LIEU DE d'ordre p. (...)
l. -17 : $\mathbb{A}_{p-1}^{(r+(p-1)/2)}$ AU LIEU DE $\mathbb{A}_{p-1}^{r+(p-1)/2)}$
l. -12 : $\mathfrak{P}^{p-2}$. Pour AU LIEU DE $\mathfrak{P}^{p-2}$Pour
p. 140, l. 9 : APRÈS identifié à $\mathbb{F}_p$, AJOUTER , avec répétitions possibles dans les sommes précédentes
l. -16 : $c \notin S$, $c \neq 0$, et soit T AU LIEU DE $c \notin S$, et soit T
l. -13 : dont l'ordre divise un entier d'ordre donné > 1 AU LIEU DE d'ordre donné > 1
l. -4 : **Conjecture 4.10** : la conjecture est fausse ; le premier contre-exemple, trouvé par F. Sigrist, apparaît pour $p=41$, $r=9$, le réseau $\mathbb{A}_{40}^{(9)}$ étant de norme $20 > 2r = 18$, voir la fin de cet appendice ("update") pour compléments.
p. 142, l. -18 : $p=23$ et $r \geq 2$ AU LIEU DE $p=23$

p. 143, l. +8 de § 5 : $e' - ae \in m\Lambda$ AU LIEU DE $e' - ae \in \Lambda$
l +10 du § 5 : $a_i \mod m$ AU LIEU DE $i \mod m$
l. -7 : sont en fait AU LIEU DE son en fait
l. -6 : $x_j\varepsilon_j$ AU LIEU DE $x_j e_j$
l. -3 : $e = \sum_1^t \varepsilon_i$ AU LIEU DE $e = \frac{1}{2}(\sum_1^t \varepsilon_i)$.
p. 144, l. 7 et 8 : $\frac{1}{2}e + \mathbb{D}_n$ AU LIEU DE $e + \mathbb{D}_n$
formule centée : SUPPRIMER $\frac{1}{2}$ (DEUX FOIS)
l. -17 : du réseau. AU LIEU DE du réseau¡.
p. 145, l. 16 : Soit $k \in [0, t]$ l'entier AU LIEU DE Soit k l'entier
l. 17 : et de discriminant AU LIEU DE discriminant
l. -6 : isométrique(s) AU LIEU DE semblable(s) (2 fois)
p. 146, l. 6 : $\mathbb{D}_n, \mathbb{E}_8$ AU LIEU DE $D_n, \mathbb{E}_8$
p. 148, l. -5 : ϕ_{35} AU LIEU DE ϕ_{24}
p. 149, l. -19 : permet AU LIEU DE pemet
l. -11, 10 : $s(\Lambda_e)$ AU LIEU DE $s(\Lambda)$
l. -1 : $\dfrac{\det(\Lambda)}{N(f)}$ si $N(f)$ est impair et $\dfrac{4\det(\Lambda)}{N(f)}$ sinon, f désignant le plus ...
p. 150, l.13, 14 : provenant de la déf. 7.1 AU LIEU DE donnée par la prop. 1.2
l. -17 : $|x.e| = 2$ AU LIEU DE $x.e = 2$
l. -9 : $K_e\Lambda = \Lambda_e \cup (\frac{e}{2} + \Lambda_e)$ AU LIEU DE $K_e\Lambda = \Lambda_e \cup (e + \Lambda_e)$.
l. -7 : $K_e\Lambda$ AU LIEU DE K_e
p. 151, l. 6 : $K_e\Lambda$ AU LIEU DE Λ
l. 7 : $\Lambda' = \mathbb{R}e^\perp \cap \Lambda_e$ AU LIEU DE $\Lambda' = \mathbb{R}e^\perp \cap \Lambda$
l. 8 : $K_e\Lambda$ AU LIEU DE K_e
l. 12, 14 : Λ_e AU LIEU DE Λ'_e
l. 18 : $K_e\Lambda$ AU LIEU DE $K_e(\Lambda)$
l. -14, -13 : 4 AU LIEU DE 2, PUIS 6 AU LIEU DE 4
l. -2 : $(e_1, e_2, \ldots, e_{24})$ AU LIEU DE $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$
p. 152, l. 8, th. 7.7 AU LIEU DE th. 7.9
p. 153, exer. 1.2, 1 et 3 : $- \cdots - \varepsilon_n)$ AU LIEU DE $- \cdots - \varepsilon_n$
exer. 1.2, 4 : $s(\mathbb{A}_8^2) = 71$ AU LIEU DE $s(\mathbb{A}_8^2) = 61$
exer. 1.5, 2 : $n \equiv -1 \mod 4$: $\frac{n+1}{4}$; AU LIEU DE $n \equiv -1 \mod 4$: $\frac{n-1}{2}$;
p. 154, exer. 3.2, 2 : $H = \langle\sigma\rangle/\{\pm \mathrm{Id}\}$ AU LIEU DE $H =< \sigma/\{\pm \mathrm{Id}\}$
: $\varepsilon_0 - \varepsilon_i - \varepsilon_{\frac{n+1}{2}} + \varepsilon_{\frac{n+1}{2}+i}$ AU LIEU DE $\varepsilon_0 - \varepsilon_i - \varepsilon\frac{m+1}{2} + \varepsilon\frac{m+1}{2} + i$
exer. 4.1, 2 : AJOUTER lorsque $n + 1$ est premier
p. 155, exer. 4.4, 4 : vecteur AU LIEU DE vecteurs
exer. 5.1, 4 : de $\mathbb{D}_n^*$ AU LIEU DE de $\mathbb{D}_n$

Chapitre VI.

p. 158–161 (Voir le futur erratum à l'édition anglaise.) Dans une lettre électronique du 10 juin 2003, Robin Chapman (http://www.maths.ex.ac.uk/~rjc/rjc.html) me signale une imperfection dans la démonstration du théorème 1.2 telle qu'elle figure dans l'édition anglaise, liée à l'utilisation des transformations $p_{i,j}$ qui apparaissent en fin de démonstration.

p. 158, l. 18 : nombre $n-r$ AU LIEU DE nombre r

l. 19 : n'engendrent pas $\mathbb{R}\bigotimes M$ AU LIEU DE n'engendrent pas M

l. -17 : semblable AU LIEU DE isométrique

p. 159, l. 15 : $B = \begin{pmatrix} A & 0 \\ * & I_{n-r} \end{pmatrix}$ AU LIEU DE $B = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & I_{n-r} \end{pmatrix}$

p. 160, l. 10 : tels que AU LIEU DE tels

l. -17 : $x_2 = x_3 = 1$ AU LIEU DE $x_1 = x_2 = 1$

l. -11 : e_2 par $e_2 + e_3$ AU LIEU DE e_3 par $e_3 - e_2$

l. -9, -8 : e_2 par $e_2 + e_4$ AU LIEU DE e_2 par $e_2 + e_4$, ET SUPPRIMER "(ou e_2 par $e_4 - e_2$)"

p. 162, l. -18 : ${\gamma'_2}^2 = \frac{4}{3}$ AU LIEU DE ${\gamma'_2}^2 = \frac{4}{2}$

p. 164, l. -3 : $s \geq s^* \geq 3$ AU LIEU DE $s \geq s^*$

p. 165, l. 13, 14 : Pour f correspondant à $(1,1,1,1)$, on a AU LIEU DE On a alors

l. 20 : $t = -t_2 \geq 0$ AU LIEU DE $t = -t_2 \leq 0$

p. 166, l. 1 : dimension AU LIEU DE dimesion

p. 175, l. 19 : décroisssante AU LIEU DE croisssante

p. 176, l. -17 : Λ^*/Λ AU LIEU DE Λ/Λ^*

p. 177, l. 12 : Λ^*/Λ AU LIEU DE Λ/Λ^*

p. 181, l. P_7^{27} : P_6^6 AU LIEU DE P_6^4

p. 182, l. -5 : similitude AU LIEU DE isométrie

p. 183, l. 17 : similitude AU LIEU DE isométrie

l. -20 : exploration AU LIEU DE explorations

l. -13 : **10770** AU LIEU DE **10170**

l. -4 : la conjecture 6.7 a été annoncée Čsoka dans [Cs2] comme un théorème à paraître, qui ne semble pas avoir été publié.

l. -2 : le résultat analogue est faux à partir de la dimension 9, comme on le voit en considérant les réseaux $\mathbb{A}_n^2$ pour pour n impair et $\mathbb{D}_n^+$ pour n pair.

p. 184, l. 10 : codimension $\leq k$ AU LIEU DE codimension $\geq k$

l. 18 : 10770 AU LIEU DE 10170

p. 188, l. 12 : $A_{i+4} \geq \frac{1}{2} A_i$ AU LIEU DE $A_{i+1} \geq \frac{1}{2} A_i$

<u>Chapitre VII</u>.

p. 192 (Voir le futur erratum à l'édition anglaise.) Dans une lettre électronique du 11 juin 2003, Gael Collinet (collinet@ math.unice.fr) me signale une erreur dans l'énoncé de la proposition 1.4 : le cône de Voronoï est bien l'enveloppe convexe des demi droites contenant les projections, *mais pas le cône des projections dès que* $n \geq 3$.

p. 193, l. -17 : d'axe $\mathbb{R}\, p_D$ AU LIEU DE d'axe p_D

p. 194, l. -9 : LIRE ... l'ensemble fini des projections sur les s couples
de vecteurs minimaux ...

p. 196, l. 2 : APRÈS de sommet 0, AJOUTER d'axe $\mathbb{R}\,\mathrm{Id}$

p. 197, l. -4 jusqu'à p. 198, l. 5 : SUPPRIMER.
Il faut alors remplacer 2.n par 2.(n-1) pour n=5 (p. 198), pour n=6 (p. 198 et p. 124, l. 5) et pour n=7 (p. 198 et p. 214, l. 3 et -16).

p. 198, l. 19, 20 : $\mathcal{F}$ AU LIEU DE F ; PRÉCISER $V = \mathrm{Sym}_n(\mathbb{R})$

p. 199, l.2 : $A + XB = A\,(I_n + XA^{-1}B)$ AU LIEU DE $A + XB = A\,(I_n + A^{-1}B)$
l. 5 : ... $= u^2(x).x$. AU LIEU DE ... $= u^2(x)$.
l. -12 : AJOUTER À LA FIN , cf. exer. 5.1
l. -11 à -1 : SUPPRIMER

p. 200, l. 22, (dém. de 3.1) : de Q et de Q_0 AU LIEU DE de Q et de M_0

p. 202, l. -8 : s'arrête AU LIEU DE s'arête

p. 203, l. 14 : et $e_i = \varepsilon_1 - \varepsilon_i$ AU LIEU DE $e_i = \varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}$
l. 16 : D_n AU LIEU DE B_n
l. -5 : $b_{1,2} = b_{2,1} = -1$ AU LIEU DE $b_{1,2} = b_{2,1} = -2$

p. 204, l. 20 : $p^{\pm}_{i,j}$ AU LIEU DE $p_{i,j}$

p. 205, l. 4 : $\mathbb{D}_n$ AU LIEU DE $\mathbb{D}_4$

p. 206, l. 9 : semblables AU LIEU DE isométriques

p. 207, l. 13 : Plaçons-nous AU LIEU DE Plaҫns nous

p. 208, l. 5 du th. **5.5.** (3), : élément AU LIEU DE é'ement

p. 211, l. -8 : d'une AU LIEU DE d'uns

p. 214, l. 15 : Soit $\phi = \min \theta_i$ AU LIEU DE Soit $\phi = \min x_i$

p. 215, l. 4 : inférieure AU LIEU DE inféreure

p. 218, l. 21, col. 31 : 1 AU LIEU DE 0
l. 24, col. 23 : 0 AU LIEU DE 1
l. 24, col. 25 : 0 AU LIEU DE 1
l. 24, col. 28 : 1 AU LIEU DE 0
l. 24, col. 30 : 1 AU LIEU DE 0

p. 221, l. 10 : [Bar4] AU LIEU DE [Ba4]

Chapitre VIII.

p. 222, ..., § 2 : DISTINGUER L'EMPLOI DES LETTRES i, j, k COMME *indices* ET COMME *quaternions*

p. 226, l.-5, -4 : SUPPRIMER $\simeq (\{\pm \mathrm{Id}\}^m \rtimes S_4)^m \rtimes S_m$

p. 227, l. -22 : a_i AU LIEU DE a_1
l. -12, -7, -6 : $\mathfrak{M}^m$ AU LIEU DE $\mathfrak{M}^n$; l. -8 : $\mathfrak{M}^m$ AU LIEU DE $\mathfrak{M}$

p. 228, l. 2 : $\mathfrak{M}^m$ AU LIEU DE $\mathfrak{M}^n$
l. 19 : à gauche AU LIEU DE à droite

p. 231, l. 12 : plongé dans $\mathbb{R}J_{16}$ AU LIEU DE plongé dans J_{16}
l. -4 : J'_n AU LIEU DE J_n

p. 233, l, -9 : orthogonaux AU LIEU DE othogonaux

p. 234, l, -2 : $\mathfrak{M}$ AU LIEU DE $\mathfrak{M}^*$

p. 235, l, -12 : $\Lambda_{12}^{\max}$ AU LIEU DE $(\Lambda_{12}^{\max})^*$ et $\Lambda_{12}^{\min}$ AU LIEU DE $(\Lambda_{12}^{\min})^*$

p. 236, Th. 4.2, (4) : Le groupe des automorphismes de L_n opère transitivement sur $S(L_n)$ lorsque n est pair ou égal à 5, et possède deux orbites sinon.
l. -11 : n impair AU LIEU DE m impair

p. 237, l. 4 et 5. SUPPRIMER "et démonstration du théorème 7.2"

p. 237. Vu la correction à 4.2, (4), la démonstration de l'eutaxie doit être modifiée.
l. 8 : $\{\pm \mathrm{Id}\} \times (C_3^m \rtimes S_m)$ AU LIEU DE $W(\mathbb{A}_2)^m \rtimes S_m$
l. -4 : $0 \le r \le \frac{n}{2}$ AU LIEU DE $0 \le r \le n$

p. 238, l, -15 : L_5^2 AU LIEU DE L_5^3

p. 239, l, 21 (rem. 4.8): AJOUTER M_7^4 À LA LISTE

p. 240, l. 4 : $\pi^{-1} = (1-\omega)^{-1}$ AU LIEU DE $\pi = (1-\omega)^{-1}$

p. 241, l, -8 (Lemme 5.4): M_0 AU LIEU DE L_0

p. 242, l, -2 AJOUTER EN TÊTE DE LIGNE : Pour $i = 1, \ldots, 6$, soit $e'_i = \frac{1}{\pi} e_i$

p. 245, l. 12, 13 : L_8^4 AU LIEU DE Λ_8^4
tableau 5.10, colonne de K_{10} : $m = 16$ AU LIEU DE $m = 18$.

p. 246, l. 2 (tableau 5.11) : K'_5 AU LIEU DE $K'5$

p. 247, l. 1 : Choisir α^{-1} dans $\mathcal{C}_K = \mathcal{D}_K^{-1}$ et non seulement α dans $\mathcal{D}_K$, même si, en pratique, α est un générateur de $\mathcal{D}_K$.
l. -3 : théorème AU LIEU DE théorême

p. 249, l. 5 : $\ldots \equiv m\lambda_1 \overline{\lambda}_1 \equiv \ldots$ AU LIEU DE $\ldots \equiv \lambda_1 \overline{\lambda}_1 \equiv \ldots$

p. 252, l. -18 : SUPPRIMER le théorème 7.2 et sa démonstration ; voir aussi p. 256.
La démosnstration munit certes $\mathbb{E}_8$ de structures de $\mathfrak{O}$-modules, mais ces structures n'ont rien à voir avec le produit scalaire.

p. 253, l. -5 : $x \mapsto x\frac{\overline{a}}{2}$ AU LIEU DE $x \mapsto \frac{\overline{a}}{2}x$

p. 255, l. 22 : égalant à 0 $m-1$ ... AU LIEU DE égalant $m-1$ ...

p. 256, l. 1 : SUPPRIMER "... dépende(a)nt de $\mathfrak{M}$."

p. 258, l. 18 : (x, y) AU LIEU DE $(x, y,)$

p. 260, l. 7 (Exemple 8.6) : semblable AU LIEU DE isométrique

p. 262, l. -18 (exer. 5.2) : vecteurs AU LIEU DE veccteurs

p. 264, l. 6 (exer. 7.1) : AJOUTER "réel" APRÈS "quadratique"
l. 9 : est une $\mathbb{Z}_K$ base d'un ordre maximal. AU LIEU DE en est une $\mathbb{Z}_K$ base.
l. 21 (exer. 7.2) : $\varepsilon = \frac{1}{2}(-1+i+j-k)$ AU LIEU DE $\varepsilon\frac{1}{2}(-1+i+j-k)$

p. 266, l. -10, -7 : [Bac1] AU LIEU DE [Bac]

Chapitre IX.

p. 270, l. -1 : de S' est dans S AU LIEU DE de S est dans S'

p. 272, l. 8 : LIRE "... réunion $\widetilde{\mathcal{C}}$ des classes contenant une classe $\mathcal{C}$, ... "

p. 275, l. 12, 13 : CE N'EST PAS le réseau idodual le plus dense,
MAIS le réseau $\mathbb{A}_3^*$, atteint sur le bord en $t = \frac{1}{3}$
l. -9, -8 : (2) $\varepsilon_1 a + \varepsilon_2 b + \varepsilon_3 c > -1$ avec $\varepsilon_i \in \{\pm 1\}$ et $\prod_i \varepsilon_i = +1$.

p. 278, l. -5 : 1 AU LIEU DE $\frac{1}{2}$ (deux fois; $|u|, |v| < 1$; $0 < u, v < 1$)

p. 284, l. 3 du tableau 4.8 : b_{10}, a_{10} AU LIEU DE a_{10}, a_{12}

p. 285, l. 5 : cor. 2.6 AU LIEU DE cor. 4.2
l. -19 : [C-S9] AU LIEU DE [CS8] ; the lattice is named "axial centered-cuboidal", and "fragile lattice" in the reference to K.L. Fields in [C-S9]
l. -13 : lemme 4.4 AU LIEU DE théorème 4.4

p. 288, l. -8 : ch. X AU LIEU DE ch. XII

p. 292, l. 2 : v AU LIEU DE p
exerc. 1.1, 2 intervalle semi-ouvert AU LIEU DE cercle
4 faiblement eutactique AU LIEU DE eutactique

p. 293, exerc. 1.3, 5 : Les coefficients d'eutaxie sous la forme "réseaux" sont $\frac{2}{n^2}$ et $\frac{2(n-2)}{n^2(n-1)}$
exerc. 2.1 : $\Lambda_t = t\,\mathbb{A}_1 \perp \mathbb{A}_2$; SUPPRIMER (cf. Ch. II, exer. 8.5)
exerc. 2.1, 1 : SUPPRIMER u assez voisin de l'identité
exerc. 2.1, 3 : $\{e_1, e_2\}$ AU LIEU DE $\{e_1.e_2\}$
exerc. 2.2 : semblable AU LIEU DE proportionnel

p. 294, exerc. 4.2, 4 : DANS $e_6 = ...$, SUPPRIMER $+e_6$ (TROIS FOIS)

p. 295, exerc. 6.1, 3 : [...à **2** paramètre**s**, cf. ch. **III**, exerc. **8.3.**]
exerc. 6.2 : AJOUTER : ou le réseau *ccc* défini au chapitre XI, prop. 6.1

Chapitre X.

p. 297, l. -6 ; donnons AU LIEU DE donrons

p. 307, l. -8 : d'Hermite AU LIEU DE de Rankin
l. -3 : de Rankin AU LIEU DE d'Hermite

p. 308, prop. 6.2 : Λ au lieu de E

p. 308, l. 13, 14 : LIRE ... dans $\overset{k}{\bigwedge}(E)$ l'orbite d'un réseau $\overset{k}{\bigwedge}(\Lambda)$ sous l'action du groupe
$\mathcal{G} = \{\overset{k}{\wedge} u \mid u \in \mathrm{GL}(E)\}$.

p. 309. l.14 (Exemple 6.6) : invariant δ_2 AU LIEU DE invariant δ_k

Chapitre XI.

p. 312, l. 12 : par les réseaux isoduaux AU LIEU DE par les G-réseaux

p. 313, l. 1 : *théorème de Maschke* AU LIEU DE sl théorème de Maschke,
l. -3, -2, -1 : si l'argument de moyenne du **théorème 3.1** ne s'applique pas, la moyenne "usuelle" des structures euclidiennes s'applique (remarque de Louis Michel).

p. 315, l. -8 : Soit AU LIEU DE Soir

p. 317, l. -8, -7 : APRÈS de ce que, ÉCRIRE les vecteurs minimaux de tout réseau G-extrême engendrent E, cf. Prop. 3.4 ci-dessus.

p. 319, l. 16-17, Écrire : Par conséquent, modulo G-similitude, les G-réseaux sont isolés, donc évidemment G-extrêmes.

l. 22 : réseaux irréductibles non réduits … au lieu de réseaux non réduits …

p. 320, l. -12 : K'_q au lieu de K_q

l. -11 : $\mathfrak{A}_k$ au lieu de I_k

l. -10 : $(x, y) \mapsto$ au lieu de $(\lambda, \overline{\mu}) \mapsto$

p. 322, l. 1 : Supprimer "Pour tout $x \in E$,"

l. 5 à 12 : supprimer

[Il faudrait remplacer "$\mathbb{Q}$-irréductible" par "contient une représentation $\mathbb{Q}$-irréductible et fidèle".]

l. -16 : $a \geq 3$ au lieu de $a \geq 2$

l. -15, -14 : LIRE ... en posant $P_0 = 2$, $P_2 = X^2 - 2$, et $P_{-1} = P_1 = X$

p. 323, l. 3 après la dém. de 4.5 : $n \leq 8$ pair, au lieu de $n \leq 8$,

l. 14 : de Λ au lieu de de E

l. -3 : $1, 11, 23$ au lieu de $11, 23$

p. 324, l. 14 : semblable au lieu de isomorphe

p. 325, l. -7 : cyclotomique au lieu de cyclotomoque

p. 326, l. 24 : $2m \geq 10$ au lieu de $m \geq 10$

p. 328, l. 2 : $\lambda^2 N(\Lambda) = \lambda^{-2} N(\Lambda^*)$ au lieu de $\lambda N(\Lambda) = \lambda^{-1} \mathbb{N}(\Lambda^*)$

l. -5 : $(\frac{8}{3})^3$ au lieu de $(\frac{2}{3})^3$

p. 332, l. -4 : réseau σ-isodual au lieu de σ-réseau

p. 333, l. 4, 6 : $sp_x s^{-1}$ au lieu de $sp_s s^{-1}$

p. 334, l. 1 : L'hypothèse "Supposons $\mathcal{F}_\sigma$ non vide" est inutile

[Le dét. d'une forme bilinéaire est défini dans une base orthonormée.]

l. 17 : b_σ au lieu de b_s (deux fois)

p. 336, l. -1 : symétrique ou symplectique au lieu de symplectique ou alterné

p. 337, l. 6 : signature de b_σ au lieu de signature de σ

l. 14 : Après isodual, ajouter $\mathcal{T}$-parfait, et l. 15 : resp. au lieu de rep.

l. -13 : σ au lieu de s

l. -10 : $\sqrt{-3}$ au lieu de $\sqrt{3}$

p. 339, l. 14, ex. 5.1 au lieu de ex. 8.7 ;

l. -5 : lemme 3.5 au lieu de lemme 3.6

p. 343 : Les exercices 3.1, 3.2, 3.3 sont à numéroter 4.1, 4.2, 4.3

exer. 4.2 (ex 3.2) , 4 : isométriques au lieu de isomorphes

exer. 4.3 (ex 3.3), 1. : ch. III au lieu de ch. II

p. 344, l. 7 : [Utliser l'exer. 5.2.] au lieu de [Utliser l'exer. 5.1.]

l. 19 : $I_{e_1} = (a)$ au lieu de $I_{e_1} = a$

l. -8 : de la dém. du th. 8.5 au lieu de du th. 8.5

l. -7 : Ajouter $-\mathrm{Id}$

l. -1 : 4.2 au lieu de 3.2 [vu la nouvelle numérotation page 343]

p. 345, l. 3 : … ou $t^* = -\frac{1-3t}{2-t}$ selon … au lieu de … ou $t^* = -\frac{1+2t}{2-t}$ selon …

l. -10 : $M(\sqrt{4/3})$ au lieu de $A(\sqrt{4/3})$

l. -10, -6, -1 : 6. $\mapsto$ 7., 7. $\mapsto$ 8., 8. $\mapsto$ 9. .

p. 346, l. 5, 6 : semblable(s) au lieu de isométrique(s)

l. -17 : SUPPRIMER que les réseaux

Chapitre XII.

p. 349, l. -14 : $D = 3^5$ AU LIEU DE $D = d^5$

p. 350, l. 16 : th. 1.1 AU LIEU DE prop. 1.5

p. 352, l. 4 : ≥ 2 AU LIEU DE ≤ 2

p. 358, l. -11 : $e_1, e_2, \dots, e_n$ AU LIEU DE $e_1, e_2, \dots, e_2$
l. -5 : $\Lambda \sim \mathbb{A}_2 \perp \sqrt{2}\,\mathbb{Z}^{n-2}$ AU LIEU DE $\Lambda \sim \mathbb{A}_2 \perp \sqrt{2}\,\mathbb{Z}$

p. 359, l. 2 de 5.1 : mais pas en tant que réseau ... AU LIEU DE mais n'est pas un réseau ...

Chapitre XIII.

p. 361, l. 11 : $X \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{Z})$ AU LIEU DE $X \in \mathcal{M}_n(n, 1)$
l. 13 (formule centrée) : $Mat(p_x, \mathcal{B}^*, \mathcal{B}) = \frac{1}{x.x}\,X^tX$ AU LIEU DE $p_x = \frac{1}{x.x}\,X^tX$
l. 19 : , on a AU LIEU DE . on a

p. 363, l. 18 : Q AU LIEU DE $\mathbb{Q}$
l. -1 : $X_1{}^tX_1, \dots, X_n{}^tX_n$ AU LIEU DE $X_1{}^tX_1, X_n{}^tX_n$

p. 364, l. 9 : $\sqrt{Id + \theta u}$, $\theta > 0$ AU LIEU DE $Id + \theta u$, $\theta > 0$

p. 366, l. -7 : de $\mathrm{End}^s(E)$ AU LIEU DE de E

p. 367, l. 18, 19 : choisie une base AU LIEU DE choisi une une base

p. 367, l. -6. Supprimer $\in A^{-1}\mathcal{T}A^{-1}$

p. 368, l. 4 : ... sont dans la même orbite sous $\mathcal{G}$ si et seulement s'ils ...
AU LIEU DE ... sont G-semblables si et seulement s'ils ...

p. 369, l. 2 : TERMINER PAR "." AU LIEU DE ","
l. 3 : Elles AU LIEU DE qui
l. 8 : base orthogonale AU LIEU DE base

p. 370, l. 3 de § 4 : qu'un nombre fini de G-réseaux AU LIEU DE qu'un seul G-réseau.

p. 374, l. -19 : G-réseaux AU LIEU DE réseaux
l. -12 : réseaux G-parfaits AU LIEU DE réseaux parfaits

p. 377, l. -12 to -9 : $\mathcal{T}$-parfaite AU LIEU DE parfaite (TROIS FOIS)

p. 379, l. -10 : $\lambda \sum_{F \in \mathcal{E}} p_F$ AU LIEU DE $\lambda \sum F \in \mathcal{E} p_F$

p. 380, l. 6 : $\mathcal{B}$ AU LIEU DE E

Chapitre XIV.

p. 384, l. -9 : a_{10} AU LIEU DE a_{12}

Bibliographie.

VOIR "ON LINE" : Bibliographie mise jour du livre "Les réseaux parfaits des espaces euclidiens", citée "Newbib".

p. 429, [Vc-V3] est en fait la référence [Ven] de Newbib :
[Ven] B. B. Venkov, *Réseaux et "designs" sphériques (Notes de J. Martinet)*, in Réseaux euclidiens, designs sphériques et groupes, L'Ens. Math., Monographie **37**, J. Martinet éd., Genève (2001), 10–86.
AJOUTER : [Bari] J-L. Baril, Autour de l'algorithme de Voronoï : construction de réseaux euclidiens ; Thèse, Bordeaux, 1996.

p. 430, l. -4 ; p. 431, l. 1 : N.J.A. AU LIEU DE N.J.A

p. 431, [Eb] : Ebeling AU LIEU DE Ebelin
[He] : Gauthier-Villars AU LIEU DE Gauthiers-Villars

p. 434, l. 1 : Œuvres AU LIEU DE Œvres
l. 12 : aussi AU LIEU DE ausi
l. -18, RÉFÉRENCE COMPLÈTE : [vdW] B.L. van der Waerden, Die Reduktionstheorie der positiven quadratischen Formen, in Studien zur Theorie der quadratischen Formen, B.L. van der Waerden et H. Gross éd., Birkhäuser, Basel (1968), 17–44.

Index des notations.

p. 439, l. -04 : $\mathrm{End}^{s++}(E)$ AU LIEU DE $\mathrm{End}^{++}(E)$

.../...

Update

More on Craig's lattices (appendix to Section 5.4)

Table 5.4.12 was calculated using the *PARI* system. We reproduce it below, then list the s invariants of some more Craig lattices of minimum $2r$ with $r \le \lfloor \frac{p+1}{4} \rfloor$, or their norm N when it exceeds $2r$.

Table 5.4.12. Lattices $\mathbb{A}_{p-1}^{(r)}$ with $29 \le p \le 47$ and $3 \le r \le (p+1)/4$.

	3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
29	6496	7917	5684	1421	580					
31	8835	11625	7905	5735	930	465				
37	19092	31968	29304	14430	13320	1665	888			
41	29520	57605	61008	36490	31980	4920	$N = 20$	1066		
43	36421	74046	86688	63812	25929	28896	2709	$N = 22$	903	
47	52969	122153	154583	141611	63779	69184	4324	$N = 22$	$N = 24$	1081

Complement 1. Beyond (p+1)/4.
$\underline{p = 29}$. $r = 8 : N = 20, s = 3248$.
$\underline{p = 37}$. $r = 10 : N = 24, s = 777$.
$\underline{p = 41}$. $r = 11 : N = 28, s = 2460$.
$\underline{p = 43}$. $r = 12 : N = 28, s = 129$.
$\underline{p = 47}$. $r = 13 : N = 34, s = 4324$.
$\underline{p = 53}$. $r = 14 : N = 36, s = 4134$.

Complement 2. Exceptional pairs (p,r). For $p \le 53$ and $r \le (p+1)/4$, the only exceptions to the rule $N(\mathbb{A}_{p-1}^{(r)}) = 2r$ are the following ones, for which $N(\mathbb{A}_{p-1}^{(r)}) = 2r + 2$:

$p = 41,\ r = 9,\ N = 20,\ s = 10086$; $p = 43,\ r = 10,\ N = 22,\ s = 3612$;
$p = 47,\ r = 10,\ N = 22,\ s = 12972$; $p = 47,\ r = 11,\ N = 24,\ s = 3243$;
$p = 53,\ r = 11,\ N = 24,\ s = 12402$; $p = 53,\ r = 12,\ N = 26,\ s = 1696$.

Complement 3. Larger values of p.

$\underline{p = 59}$: $r = 3,\ N = 6,\ s = 138591$;
$r = 4,\ N = 8,\ s = 424328$;
$r = 5,\ N = 10,\ s = 759684$.

$\underline{p = 61}$: $r = 3,\ N = 6,\ s = 159820$;
$r = 4,\ N = 8,\ s = 504165$;
$r = 5,\ N = 10,\ s = 924516$.