

# Hermann Minkowski (1864–1909)

Jacques Martinet

Université Bordeaux 1, IMB

Besançon, février 2009



# Sources

# Sources

- ▶ Hilbert (1862–1943) : *Gedächtnisrede* (1. Mai 1909)

# Sources

- ▶ Hilbert (1862–1943) : *Gedächtnisrede* (1. Mai 1909)
- ▶ Minkowski (Hilbert ed.) : *Gesammelte Abhandlungen* (Teubner)

# Sources

- ▶ Hilbert (1862–1943) : *Gedächtnisrede* (1. Mai 1909)
- ▶ Minkowski (Hilbert ed.) : *Gesammelte Abhandlungen* (Teubner)
- ▶ Minkowski : *Geometrie der Zahlen* (1896) ; édition posthume (1910) publiée par Hilbert et Speiser, augmentée par rapport à l'original.

# Sources

- ▶ Hilbert (1862–1943) : *Gedächtnisrede* (1. Mai 1909)
- ▶ Minkowski (Hilbert ed.) : *Gesammelte Abhandlungen* (Teubner)
- ▶ Minkowski : *Geometrie der Zahlen* (1896) ; édition posthume (1910) publiée par Hilbert et Speiser, augmentée par rapport à l'original.
- ▶ Lily Rüdenberg (geb. Minkowski) : *Erinnerungen an H. Minkowski*

# Sources

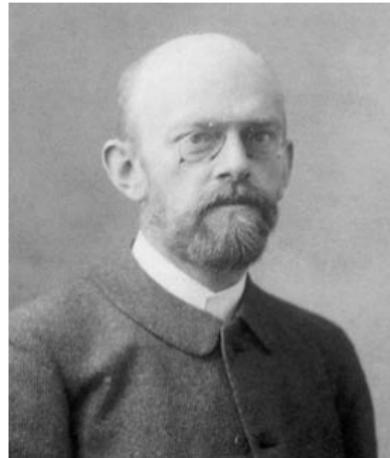
- ▶ Hilbert (1862–1943) : *Gedächtnisrede* (1. Mai 1909)
- ▶ Minkowski (Hilbert ed.) : *Gesammelte Abhandlungen* (Teubner)
- ▶ Minkowski : *Geometrie der Zahlen* (1896) ; édition posthume (1910) publiée par Hilbert et Speiser, augmentée par rapport à l'original.
- ▶ Lily Rüdenberg (geb. Minkowski) : *Erinnerungen an H. Minkowski*
- ▶ Hans Zassenhaus : *Zur Vorgeschichte des Zahlberichts*

# Sources

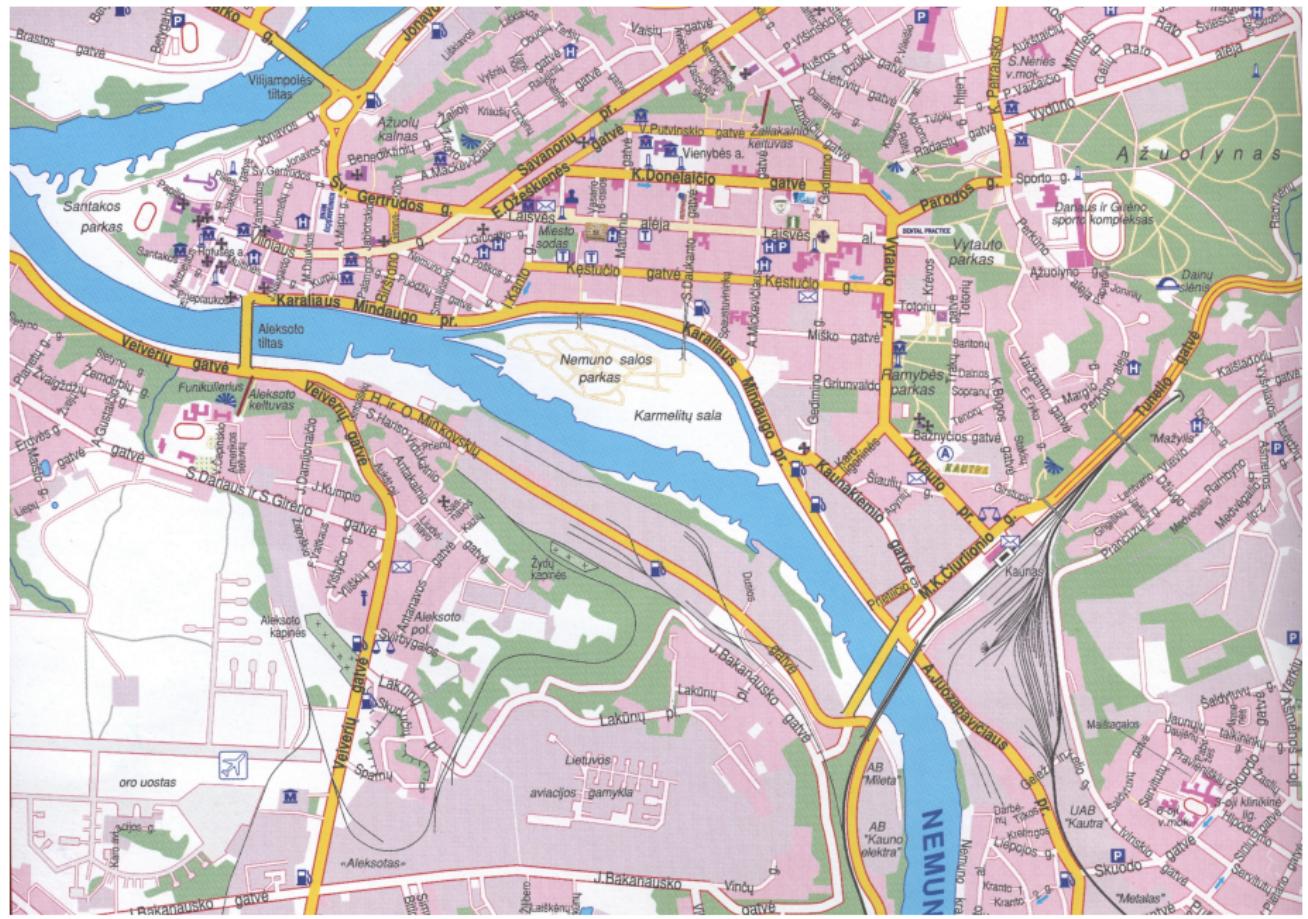
- ▶ Hilbert (1862–1943) : *Gedächtnisrede* (1. Mai 1909)
- ▶ Minkowski (Hilbert ed.) : *Gesammelte Abhandlungen* (Teubner)
- ▶ Minkowski : *Geometrie der Zahlen* (1896) ; édition posthume (1910) publiée par Hilbert et Speiser, augmentée par rapport à l'original.
- ▶ Lily Rüdenberg (geb. Minkowski) : *Erinnerungen an H. Minkowski*
- ▶ Hans Zassenhaus : *Zur Vorgeschichte des Zahlberichts*
- ▶ Minkowski (L. Rüdenberg, H. Zassenhaus, ed.) : *Briefe an David Hilbert* (Springer-Verlag, 1973)

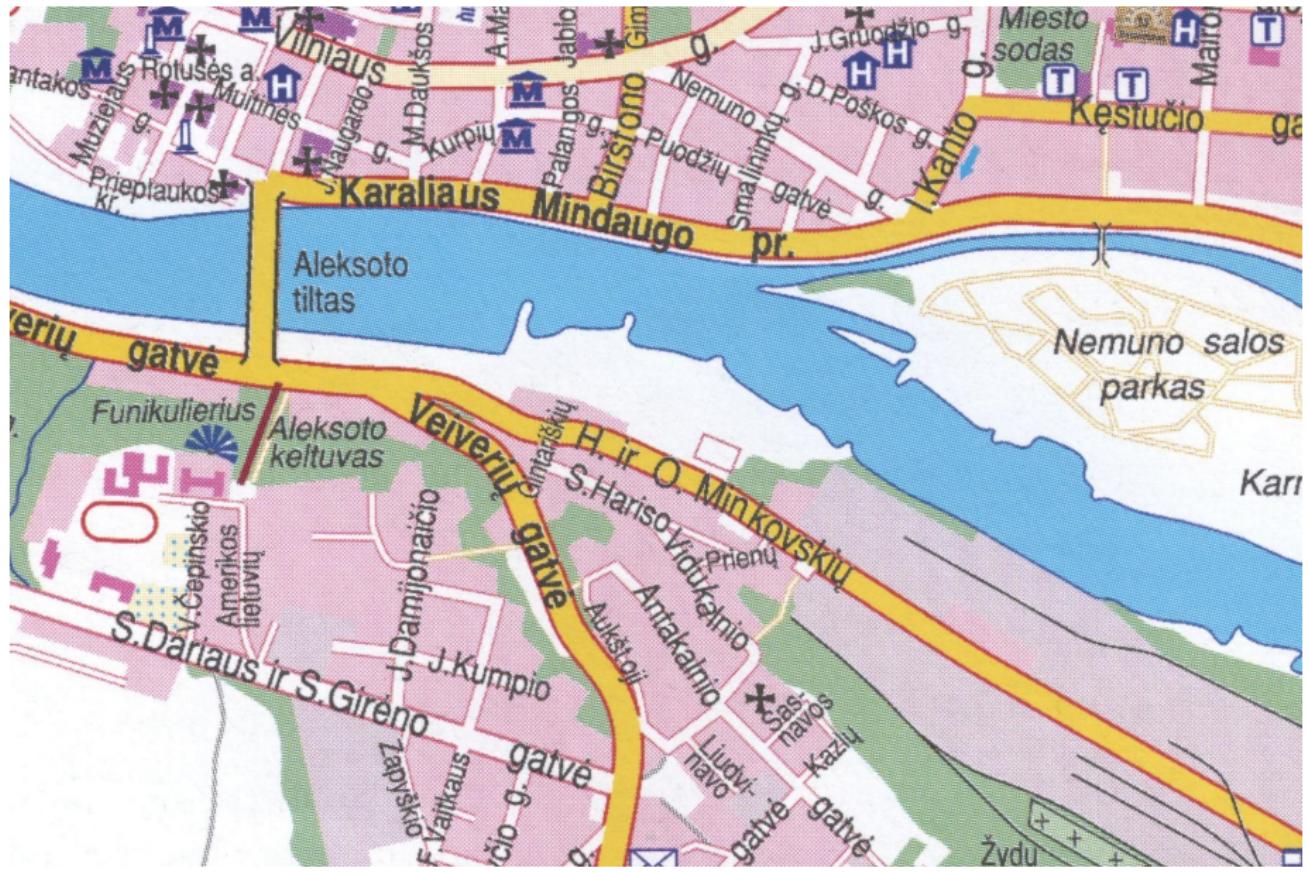
# Sources

- ▶ Hilbert (1862–1943) : *Gedächtnisrede* (1. Mai 1909)
- ▶ Minkowski (Hilbert ed.) : *Gesammelte Abhandlungen* (Teubner)
- ▶ Minkowski : *Geometrie der Zahlen* (1896) ; édition posthume (1910) publiée par Hilbert et Speiser, augmentée par rapport à l'original.
- ▶ Lily Rüdenberg (geb. Minkowski) : *Erinnerungen an H. Minkowski*
- ▶ Hans Zassenhaus : *Zur Vorgeschichte des Zahlberichts*
- ▶ Minkowski (L. Rüdenberg, H. Zassenhaus, ed.) : *Briefe an David Hilbert* (Springer-Verlag, 1973)
- ▶ Constance Reid: *Hilbert*



Hilbert: *Hermann Minkowski wurde am 22. Juini 1864 zu Alexoten in Rußland geboren, ...*









## LA JEUNESSE

Hilbert:

## LA JEUNESSE

Hilbert:

- ▶ *... und trat Oktober 1872 im Alter von 8 1/4 Jahren in die Septima des Atstätischen Gymnasiums zu Königsberg i. Pr. ein*

## LA JEUNESSE

Hilbert:

- ▶ *... und trat Oktober 1872 im Alter von 8 1/4 Jahren in die Septima des Atstätischen Gymnasiums zu Königsberg i. Pr. ein*
- ▶ *... wurde er auf mehreren Klassen in kürzerer als der vorgeschrieben Zeit versetzt...*

## LA JEUNESSE

Hilbert:

- ▶ *... und trat Oktober 1872 im Alter von 8 1/4 Jahren in die Septima des Atstätischen Gymnasiums zu Königsberg i. Pr. ein*
- ▶ *... wurde er auf mehreren Klassen in kürzerer als der vorgeschrieben Zeit versetzt...*
- ▶ *... Ostern 1880 began Minkowski seine Universitätsstudium.*

## LA JEUNESSE

Hilbert:

- ▶ *... und trat Oktober 1872 im Alter von 8 1/4 Jahren in die Septima des Atstätischen Gymnasiums zu Königsberg i. Pr. ein*
- ▶ *... wurde er auf mehreren Klassen in kürzerer als der vorgeschrieben Zeit versetzt...*
- ▶ *... Ostern 1880 began Minkowski seine Universitätsstudium.*
- ▶ *... 5 Semester in Königsberg ... Weber, Voigt ... 3 Semester in Berlin ... Kummer, Kronecker, Weierstraß, Helmholtz und Kirchhoff.*

## GRAND PRIX DE L'ACADEMIE DES SCIENCES

Sujet : *Décomposition des nombres entiers en une somme de cinq carrés.*  
(C'est le nombre impair de carrés qui pose problème.)

Les formules ont été publiées sans démonstrations par EISENSTEIN, et l'académie souhaite tirer au clair cette histoire déjà ancienne . . . ignorant que le problème a déjà été résolu par John Stephen SMITH !

Elle reçoit le travail de Smith, et aussi celui de Minkowski, qui s'excuse de ne pas avoir le temps de le traduire en français, et décide d'attribuer le prix aux deux auteurs.

Dans l'intervalle, Smith meurt, et Minkowski devient à 18 ans le seul récipiendaire, pour un travail commencé à 17 ans.

Vu le climat politique franco-allemand, une polémique s'instaure, qui monte jusqu'à l'Assemblée Nationale. Les mathématiciens français tiennent bon ; je m'en remets à Camille JORDAN pour le mot de la fin, adressé à Minkowski :

*Travaillez, je vous prie, à devenir un géomètre éminent.*

# DISSERTATION, HABILITATIONSSCHRIFT

Minkowski poursuit ses travaux sur les formes quadratiques, sur lesquels il soutient d'abord sa thèse:

Hilbert: *..., auf Grund deren Minkowski am 30. Juli 1885 von der philosophischen Fakultät in Königsberg zum Doktor promoviert wurde.* ; *Untersuchungen über quadratische Formen*, Acta Math.,

puis son habilitation deux articles plus loin:

*... reichte er der philosophischen Fakultät in Bonn als Habilitationsschrift ein;* *April 1887 erteilte ihm diese die venia legendi für Mathematik.* ;  
*über den arithmetischen Begriff der Aequivalenz*, Crelle, Bd 100 ;  
*Zur Theorie der positiven Formen*, Crelle, Bd 101 ;

ce qui va lui permettre de devenir *Privatdozent* à l'université de Bonn.

# DISSERTATION, HABILITATIONSSCHRIFT

Minkowski poursuit ses travaux sur les formes quadratiques, sur lesquels il soutient d'abord sa thèse:

Hilbert: *..., auf Grund deren Minkowski am 30. Juli 1885 von der philosophischen Fakultät in Königsberg zum Doktor promoviert wurde.* ; *Untersuchungen über quadratische Formen*, Acta Math.,

puis son habilitation deux articles plus loin:

*... reichte er der philosophischen Fakultät in Bonn als Habilitationsschrift ein;* *April 1887 erteilte ihm diese die venia legendi für Mathematik.* ; *über den arithmetischen Begriff der Aequivalenz*, Crelle, Bd 100 ; *Zur Theorie der positiven Formen*, Crelle, Bd 101 ; ce qui va lui permettre de devenir *Privatdozent* à l'université de Bonn.

Entre temps, Hilbert avait terminé ses études secondaires à Koenigsberg, dans deux lycées qui n'étaient pas celui de Minkowski, et s'était inscrit à l'université de Koenigsberg. C'est là qu'ils se sont rencontrés et sont devenus des amis proches. Hilbert a soutenu sa thèse à Koenigsberg un semestre avant Minkowski, ce qui lui a permis d'être un des «opposants», en gros membre de son jury.

# POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE DANS LA THÉORIE DES FORMES QUADRATIQUES (1)

Soit  $q$  une forme quadratique définie positive en  $n$  variables. On s'intéresse au minimum de  $q$  sur  $\mathbb{Z}^n$ , renormalisé en un invariant de similitude :

$$\gamma(q) = \frac{\min q}{\text{disc}(q)^{1/n}}.$$

HERMITE, lettre à Jacobi du 6 août 1845 :

$\gamma_n := \sup_{\dim q=n} \gamma(q)$  existe et est majoré par  $(\frac{4}{3})^{(n-1)/2}$ . [Les valeurs précises de  $g_2$  et  $\gamma_3$  étaient connues, dues à Lagrange ( $n=2$ ) et Gauss ( $n=3$ ).]

Idée de base de Minkowski : il revient au même de considérer le minimum

- de toutes les formes sur **le** réseau  $\mathbb{Z}^n$  ;
- de toutes les formes sur tous les réseaux ;
- d'**une** forme — la structure euclidienne — sur tous les réseaux ;

et l'on obtient une borne de la *constante d'Hermite*  $\gamma_n$  en écrivant que le réseau empile les boules de rayon la moitié de la plus petite distance entre deux points du réseau.

## POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE DANS LA THÉORIE DES FORMES QUADRATIQUES (2)

La densité d'un empilement de sphères est évidemment majorée par 1. MINKOWSKI estime la densité en observant que le nombre de boules de rayon  $r$  que l'on peut mettre dans un grand cube se majore en fonction de leur volume et en passant à la limite.

Conséquence : la majoration d'Hermite de  $\gamma_n$ , *exponentielle* en  $n$ , peut être remplacée par une majoration *linéaire* en  $n$ , par exemple (Milnor-Husemoller)

$$\forall n \geq 1, \gamma_n \leq 1 + \frac{n}{4}.$$

## POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE DANS LA THÉORIE DES FORMES QUADRATIQUES (2)

La densité d'un empilement de sphères est évidemment majorée par 1. MINKOWSKI estime la densité en observant que le nombre de boules de rayon  $r$  que l'on peut mettre dans un grand cube se majore en fonction de leur volume et en passant à la limite.

Conséquence : la majoration d'Hermite de  $\gamma_n$ , *exponentielle* en  $n$ , peut être remplacée par une majoration *linéaire* en  $n$ , par exemple (Milnor-Husemoller)

$$\forall n \geq 1, \gamma_n \leq 1 + \frac{n}{4}.$$

Hilbert : *Dieser Beweis eines tiefliegenden zahlentheoretischen Satzes ohne rechnerische Hilfsmittel wesentlich auf Grund einer geometrisch anschaulichen Betrachtung ist eine perle Minkowskischer Erfindungskunst.*

## POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE DANS LA THÉORIE DES FORMES QUADRATIQUES (2)

La densité d'un empilement de sphères est évidemment majorée par 1. MINKOWSKI estime la densité en observant que le nombre de boules de rayon  $r$  que l'on peut mettre dans un grand cube se majore en fonction de leur volume et en passant à la limite.

Conséquence : la majoration d'Hermite de  $\gamma_n$ , *exponentielle* en  $n$ , peut être remplacée par une majoration *linéaire* en  $n$ , par exemple (Milnor-Husemoller)

$$\forall n \geq 1, \gamma_n \leq 1 + \frac{n}{4}.$$

Hilbert : *Dieser Beweis eines tiefliegenden zahlentheoretischen Satzes ohne rechnerische Hilfsmittel wesentlich auf Grund einer geometrisch anschaulichen Betrachtung ist eine perle Minkowskischer Erfindungskunst.*

Et pourtant, il y a encore plus simple ! BLICHFELDT (1914) a montré comment remplacer le calcul de densité par un argument maintenant classique de théorie de la mesure.

1891 : Congrès fondateur (à Brême) de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* (Société des Mathématiciens Allemands).

1893 : le congrès annuel de la *DM-V* charge Hilbert et Minkowski d'écrire un rapport (*Bericht*) sur la théorie des nombres.

1891 : Congrès fondateur (à Brême) de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* (Société des Mathématiciens Allemands).

1893 : le congrès annuel de la *DM-V* charge Hilbert et Minkowski d'écrire un rapport (*Bericht*) sur la théorie des nombres.

1897 : Hilbert publie *Die Theorie der algebraischen Zahlkörper*,  
Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, **4** (1897), 175–546.

1891 : Congrès fondateur (à Brême) de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* (Société des Mathématiciens Allemands).

1893 : le congrès annuel de la *DM-V* charge Hilbert et Minkowski d'écrire un rapport (*Bericht*) sur la théorie des nombres.

1897 : Hilbert publie *Die Theorie der algebraischen Zahlkörper*,  
Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, **4** (1897), 175–546.

1896 : Minkowski publie *Geometrie der Zahlen* chez Teubner, à Leipzig

Ce livre contient de très nombreuses choses nouvelles, à commencer par l'observation que l'argument des boules s'applique sans changement à n'importe quel corps *convexe et symétrique* (par rapport à l'origine).

Parmi les résultats importants figure le théorème sur les minima successifs: la majoration par  $\gamma_n$  du carré de la norme du plus court vecteur d'un réseau de déterminant 1 se généralise en la même majoration pour la moyenne géométrique des carrés des longueurs de  $n$  vecteurs indépendants.

À côté des questions de géométrie des nombres proprement dite (constantes de réseaux), Minkowski développe la théorie des convexes, une théorie promise à un brillant avenir en géométrie et en analyse.

## UN CHANGEMENT DE TON

Bonn, den 22. Dezember 1890

Lieber **Hilbert**,

Vielen Dank für **Ihren** liebenswürdigen, ausführlichen Brief. ...

## UN CHANGEMENT DE TON

Bonn, den 22. Dezember 1890

Lieber **Hilbert**,

Vielen Dank für **Ihren** liebenswürdigen, ausführlichen Brief. ...

Bonn, den 11. Juni 1891

Lieber **Freund**!

..., weil ich **Dir** das Resultat über den asymptotischen werth ...

## LETTRE À HILBERT DU 22 DÉCEMBRE 1890 (1)

... Daß ich zu Weihmachten diesmal nich nach Königsberg komme, ...  
... habe ich mich also vorderhand ganz der Magie, wollte sagen der Physik, ergeben.  
... zu Hause studi(e)re ich THOMPSON, HELMHOLZ und Konsorten; ...  
... im blauen Kittel in einem Institut zur Herstellung physikalischer Instrumente, also ein Praktikus, wie Sie ihn sich schänlicher gar nicht vorstellen können.  
... Die POINCARÉ'sche Preisarbeit habe ich bis zu ungefähr einem drittel studi(e)rt. ... von dem Problem der drei Körper habe ich bis jetzt nor nicht viel wahrgenommen.

.....

## LETTRE À HILBERT DU 22 DÉCEMBRE 1890 (2)

... So habe ich folgendes Resultat gefunden, ... : Die Diskriminante irgend eines Zahlkörpers, welcher aus einer ganzzahligen Gleichung mit  $n - 2\beta$  reellen und  $2\beta$  complexen Wurzeln entspringt, ist dem absoluten Werthe nach immer größer als

$$\left(\frac{\pi}{4}\right)^{2\beta} \frac{n^{2n}}{(n!)^2}$$

Ich will diese Verallgemeinerung, durch welche der Gegenstand nur noch durchsichtiger wird, in einem Briefe an Hermite auseinandersetzen.

Grüßen Sie herzlich HURWITZ den älteren und HURWITZ den jüngeren ... und empfehlen mich LINDEMANN. Ein fröhliches und erfolgreiches neues Jahr ...  
Ihres

Hermann Minkowski

## LA CONJECTURE DE KRONECKER

Il s'agit du problème de l'existence d'au moins un nombre premier ramifié dans tout corps de nombre  $K \supsetneq \mathbb{Q}$ . En voici le texte, cité par Georges POITOU, Séminaire Bourbaki, Février 1976, Exp. No. 479, pp. 136–153.

*Sind die Grössen  $\mathfrak{k}$  die Elemente eines natürlichen Rationalitätsbereichs, d. h. kommen unter den Grössen  $\mathfrak{k}$  keine algebraischen Grössen sondern nur unabhängige Variable vor, so giebt es stets eine ganze ganzzahlige Function derselben (für  $\mathfrak{k} = 1$  eine ganze von Eins verschiedene Zahl) welche gemeinsamer Teiler aller Diskriminanten des Fundamentalsystems und deshalb füglich (wie in meinem citirten Aufsatze von April 1874) als "Diskriminante der Art oder Gattung" bezeichnet werden kann".*

Dans le style tortueux de KRONECKER, c'est presque ce que l'on énonce maintenant, **sauf que**, DEDEKIND n'ayant pas encore trouvé la bonne notion d'entier algébrique, il faut considérer des PGCD de discriminants de polynômes.

## LETTRE À HERMITE DU 15 JANVIER 1891

Comme annoncé à Hilbert le mois précédent, Minkowski écrit à Hermite une lettre contenant une démonstration de la conjecture de Kronecker, lettre dont Hermite publie un extrait sous forme de note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. C'est *dans son principe* la démonstration consistant à minorer la constante de réseau du domaine

$$\prod_{j=1}^{r_1} |x_j| \prod_{k=1}^{r_2} (y_k^2 + z_k^2) < 1$$

par celle du plus grand convexe qu'il contient, que l'on minore elle-même en calculant son volume (sauf que Minkowski fait un détour par des inégalités qu'il a démontrées précédemment).

## LETTRE À HERMITE DU 15 JANVIER 1891

Comme annoncé à Hilbert le mois précédent, Minkowski écrit à Hermite une lettre contenant une démonstration de la conjecture de Kronecker, lettre dont Hermite publie un extrait sous forme de note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. C'est *dans son principe* la démonstration consistant à minorer la constante de réseau du domaine

$$\prod_{j=1}^{r_1} |x_j| \prod_{k=1}^{r_2} (y_k^2 + z_k^2) < 1$$

par celle du plus grand convexe qu'il contient, que l'on minore elle-même en calculant son volume (sauf que Minkowski fait un détour par des inégalités qu'il a démontrées précédemment).

La fin de la note contient la fort intéressante remarque suivante :

... Un discriminant du troisième ordre doit être ou  $> 20, \dots$  ou  $< -12, \dots$ . De la limite précise du minimum des formes quadratiques positive ternaires on aurait tiré, en suivant une marche tout à fait analogue, les inégalités  $D \geq 13,5$  ou  $\leq -13,5$ . ...

Les boules ont certes un volume plus petit, mais leurs constantes de réseau, ayant fait l'objet de nombreux travaux, donnent parfois de meilleurs résultats en basses dimensions, à condition qu'il y ait beaucoup de places complexes, car le résultat ne dépend (malheureusement) pas de la décomposition du degré en somme  $n = r_1 + 2r_2$ .

... Un discriminant du troisième ordre doit être ou  $> 20, \dots$  ou  $< -12, \dots$ . De la limite précise du minimum des formes quadratiques positive ternaires on aurait tiré, en suivant une marche tout à fait analogue, les inégalités  $D \geq 13,5$  ou  $\leq -13,5$ . ...

Les boules ont certes un volume plus petit, mais leurs constantes de réseau, ayant fait l'objet de nombreux travaux, donnent parfois de meilleurs résultats en basses dimensions, à condition qu'il y ait beaucoup de places complexes, car le résultat ne dépend (malheureusement) pas de la décomposition du degré en somme  $n = r_1 + 2r_2$ .

La formule générale, qui s'obtient en utilisant l'inégalité entre moyennes arithmétique et géométrique, a la forme suivante :

*Toute classe d'idéaux contient un idéal entier de norme*

$$N \leq \sqrt{\frac{|D|}{(n/\gamma_n)^n}},$$

d'où

$$D \geq n^n \gamma_n^{-n}.$$

Pour  $n = 3$ ,  $\gamma_3 = \gamma(\mathbb{A}_3) = 2^{1/3}$ , d'où  $D \geq \frac{27}{2} = 13.5$ .

# BONN, KÖNIGSBERG, ZÜRICH, GÖTTINGEN

## BONN, KÖNIGSBERG, ZÜRICH, GÖTTINGEN

Heinrich WEBER quitte Koenigsberg pour Göttingen (qu'il quittera trois ans plus tard plus tard pour Strasbourg) et est remplacé par Ferdinand von LINDEMANN, qui fait venir Adolf HURWITZ comme *Extrordinarius* en 1884. Hurwitz devient un ami proche des étudiants HILBERT et MINKOWSKI, sur lesquels il a eu une profonde influence ; cf. Hilbert et Hurwitz sur les courbes de genre 0.

## BONN, KÖNIGSBERG, ZÜRICH, GÖTTINGEN

Heinrich WEBER quitte Koenigsberg pour Göttingen (qu'il quittera trois ans plus tard plus tard pour Strasbourg) et est remplacé par Ferdinand von LINDEMANN, qui fait venir Adolf HURWITZ comme *Extrordinarius* en 1884. Hurwitz devient un ami proche des étudiants HILBERT et MINKOWSKI, sur lesquels il a eu une profonde influence ; cf. Hilbert et Hurwitz sur les courbes de genre 0.

Hurwitz prend la succession de Frobenius à Zurich en 1892, ce qui permet à Hilbert, auparavant Privatdozent, de devenir professeur à Koenigsberg, extraordinaire en 1892, puis ordinaire en 1893. À la demande de Felix KLEIN, il s'installe définitivement à Göttingen en 1895.

## BONN, KÖNIGSBERG, ZÜRICH, GÖTTINGEN

Heinrich WEBER quitte Koenigsberg pour Göttingen (qu'il quittera trois ans plus tard plus tard pour Strasbourg) et est remplacé par Ferdinand von LINDEMANN, qui fait venir Adolf HURWITZ comme *Extrordinarius* en 1884. Hurwitz devient un ami proche des étudiants HILBERT et MINKOWSKI, sur lesquels il a eu une profonde influence ; cf. Hilbert et Hurwitz sur les courbes de genre 0.

Hurwitz prend la succession de Frobenius à Zurich en 1892, ce qui permet à Hilbert, auparavant Privatdozent, de devenir professeur à Koenigsberg, extraordinaire en 1892, puis ordinaire en 1893. À la demande de Felix KLEIN, il s'installe définitivement à Göttingen en 1895.

Entre-temps, Minkowski était devenu professeur extraordinaire à Bonn en 1892. Il prit ensuite un poste de professeur ordinaire (créé à l'initiative de Hilbert) à Koenigsberg en 1894, ville qu'il quitta pour Zurich en 1896.

## BONN, KÖNIGSBERG, ZÜRICH, GÖTTINGEN

Heinrich WEBER quitte Koenigsberg pour Göttingen (qu'il quittera trois ans plus tard plus tard pour Strasbourg) et est remplacé par Ferdinand von LINDEMANN, qui fait venir Adolf HURWITZ comme *Extrordinarius* en 1884. Hurwitz devient un ami proche des étudiants HILBERT et MINKOWSKI, sur lesquels il a eu une profonde influence ; cf. Hilbert et Hurwitz sur les courbes de genre 0.

Hurwitz prend la succession de Frobenius à Zurich en 1892, ce qui permet à Hilbert, auparavant Privatdozent, de devenir professeur à Koenigsberg, extraordinaire en 1892, puis ordinaire en 1893. À la demande de Felix KLEIN, il s'installe définitivement à Göttingen en 1895.

Entre-temps, Minkowski était devenu professeur extraordinaire à Bonn en 1892. Il prit ensuite un poste de professeur ordinaire (créé à l'initiative de Hilbert) à Koenigsberg en 1894, ville qu'il quitta pour Zurich en 1896.

En 1902, il s'installa définitivement à Göttingen sur un poste que Klein et Hilbert avaient réussi à faire créer spécialement pour lui. C'est là qu'il mourut le 12 janvier 1909 d'une crise d'appendicite diagnostiquée trop tard.

## TRAVAUX EN PHYSIQUE (1)

On l'a vu, Minkowski a toujours suivi de très près le développement de la physique. Il a lui-même publié deux articles de physique «classique» : sur le mouvement d'un solide dans un fluide (1888), puis sur la capillarité pour l'encyclopédie allemande.

À son retour à Göttingen, il a poussé Hilbert à en faire autant. Notamment, il semble que l'action de Minkowski a été pour beaucoup dans l'existence d'un emploi d'assistant de physique auprès de Hilbert ; et les travaux de Hilbert de 1915 en relativité générale doivent peut-être un peu à l'influence de Minkowski.

## TRAVAUX EN PHYSIQUE (1)

On l'a vu, Minkowski a toujours suivi de très près le développement de la physique. Il a lui-même publié deux articles de physique «classique» : sur le mouvement d'un solide dans un fluide (1888), puis sur la capillarité pour l'encyclopédie allemande.

À son retour à Göttingen, il a poussé Hilbert à en faire autant. Notamment, il semble que l'action de Minkowski a été pour beaucoup dans l'existence d'un emploi d'assistant de physique auprès de Hilbert ; et les travaux de Hilbert de 1915 en relativité générale doivent peut-être un peu à l'influence de Minkowski.

Le hasard a fait que Minkowski a eu Albert EINSTEIN parmi ses étudiants de Zurich. MINKOWSKI :

*Ach, der Einstein, der schwäntzte immer die Vorlesungen — dem hätte ich das gar nicht zugetraut.*

*(Ah cet Einstein, qui sèchait toujours les cours, je ne l'aurais pas cru capable de faire ça.)*

## TRAVAUX EN PHYSIQUE (1)

On l'a vu, Minkowski a toujours suivi de très près le développement de la physique. Il a lui-même publié deux articles de physique «classique» : sur le mouvement d'un solide dans un fluide (1888), puis sur la capillarité pour l'encyclopédie allemande.

À son retour à Göttingen, il a poussé Hilbert à en faire autant. Notamment, il semble que l'action de Minkowski a été pour beaucoup dans l'existence d'un emploi d'assistant de physique auprès de Hilbert ; et les travaux de Hilbert de 1915 en relativité générale doivent peut-être un peu à l'influence de Minkowski.

Le hasard a fait que Minkowski a eu Albert EINSTEIN parmi ses étudiants de Zurich. MINKOWSKI :

*Ach, der Einstein, der schwäntzte immer die Vorlesungen — dem hätte ich das gar nicht zugetraut.*

*(Ah cet Einstein, qui sèchait toujours les cours, je ne l'aurais pas cru capable de faire ça.)*

*Einstein's presentation of his deep theory is mathematically awckward — I can say that because he got his mathematical education in Zürich from me.*

## TRAVAUX EN PHYSIQUE (2)

Dès la parution en 1905 des travaux d'Einstein, Minkowski se rend compte qu'il vient de se passer quelque chose d'important. et, faisant abstraction de ses opinions sur leur auteur, se met à retravailler en physique.

## TRAVAUX EN PHYSIQUE (2)

Dès la parution en 1905 des travaux d'Einstein, Minkowski se rend compte qu'il vient de se passer quelque chose d'important. et, faisant abstraction de ses opinions sur leur auteur, se met à retravailler en physique.

Son chef d'œuvre, qui l'a fait connaître bien au-delà des milieux scientifiques, est l'article **Raum und Zeit**, issu d'une conférence donnée à Cologne le 21 septembre 1908, dans lequel il crée la notion d'espace-temps.

## TRAVAUX EN PHYSIQUE (2)

Dès la parution en 1905 des travaux d'Einstein, Minkowski se rend compte qu'il vient de se passer quelque chose d'important. et, faisant abstraction de ses opinions sur leur auteur, se met à retravailler en physique.

Son chef d'œuvre, qui l'a fait connaître bien au-delà des milieux scientifiques, est l'article **Raum und Zeit**, issu d'une conférence donnée à Cologne le 21 septembre 1908, dans lequel il crée la notion d'espace-temps.

*Die Anschauungen über Raum und Zeit...*

*sind auf experimentell-physicalischen Boden erwachsen. Darin liegt ihr Stärke. Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.*

## TRAVAUX EN PHYSIQUE (3)

À la même époque, Minkowski a écrit un article sur «l'électrodynamique des corps en mouvement», et mis en chantier un second article sur le même thème vu du point de vue de la «théorie de l'électron, qu'il n'a pas eu le temps de terminer.

Le travail a été achevé par son élève Max BORN (1882–1970), prix Nobel de physique en 1954.

## NOTE SUR LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ

Il est apparu assez tôt une contradiction entre la théorie de Maxwell et la mécanique de Newton qui, plus que les expériences MICHELSON et MORELEY, ont conduit à modifier la mécanique. On cite d'habitude LORENTZ (et FITZGERALD) pour la contraction des longueurs, puis POINCARÉ pour les formules générales de transformation, puis EINSTEIN (qui ne cite personne).

Il faut réparer un oubli :

## NOTE SUR LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ

Il est apparu assez tôt une contradiction entre la théorie de Maxwell et la mécanique de Newton qui, plus que les expériences MICHELSON et MORELEY, ont conduit à modifier la mécanique. On cite d'habitude LORENTZ (et FITZGERALD) pour la contraction des longueurs, puis POINCARÉ pour les formules générales de transformation, puis EINSTEIN (qui ne cite personne).

Il faut réparer un oubli :

Woldemar VOIGT (1850–1919) a donné en 1887 à Koenigsberg

(*Über das Doppler'sche Prinzip*)

les formules de dilatation du temps :

$$x' = x - v t, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

## GEORGES VORONOÏ (1868–1908)

C'est un Ukrainien qui a étudié à Saint-Pétersbourg, puis pris un poste dans l'empire russe, en l'occurrence à Varsovie.

Il est l'inventeur en début de carrière de l'algorithme de Voronoï pour le calcul des unités fondamentales d'un corps cubique.

Il est surtout l'auteur d'un colossal travail sur les formes quadratiques définies positives et les réseaux. Il a fait la connaissance de Minkowski au congrès international de Heidelberg, en 1904.

En 1907, sentant que sa santé se dégrade rapidement, il envoie une première partie d'une centaine de pages à Crelle sur les «domaines de Voronoï» (en dimension  $\frac{n(n+1)}{2}$ ), puis en 1908, la moitié d'une seconde partie sur les «cellules de Voronoï» (en dimension  $n$ ), en laissant la fin inachevée.



Le comité de rédaction de «Crelle» , dirigé par Kurt HENSEL, s'occupe de faire réviser et éditer la fin manquante, qui paraît en 1909.

Le comité de rédaction de «Crelle», dirigé par Kurt HENSEL, s'occupe de faire réviser et éditer la fin manquante, qui paraît en 1909.

HENSEL écrit quatre lignes de commentaire à la fin de l'article :

*... Die Redaktion hat nach besten Kräften dafür gesorgt, daß dieses letzte Werk ... auf das Sorgfältigste durchgesehen wurde.*

«durchsehen» : examiner, revoir, réviser.

Le comité de rédaction de «Crelle» , dirigé par Kurt HENSEL, s'occupe de faire réviser et éditer la fin manquante, qui paraît en 1909.

HENSEL écrit quatre lignes de commentaire à la fin de l'article :

*... Die Redaktion hat nach besten Kräften dafür gesorgt, daß dieses letzte Werk ... auf das Sorgfältigste durchgesehen wurde.*

«durchsehen» : examiner, revoir, réviser.

Qui a fait la révision ? Il semble probable que ce soit Minkowski qui s'en soit occupé. En tout cas, on voit mal qui d'autre aurait eu la compétence en théorie des réseaux et en français pour faire un tel travail.